

1. Pruebas de Hipótesis

Concepto de hipótesis

Una hipótesis es una afirmación que se obtiene sobre una población a través del uso de muestras. Si una población tiene un comportamiento usual, se espera que este se mantenga sin importar el cambio de circunstancias.

“**HIPÓTESIS:** Afirmación relativa a un parámetro de la población sujeta a verificación.”
(Lind | Marchal | Wathen, 2008, p.331).

Una hipótesis puede estar dada por eventos que se suceden de manera regular y se espera que no sean modificados.

Ejemplo 1.1

1. En una fábrica de jugos, el contenido de las latas de jugo que se producen es de 330 ml. Al momento de despachar el producto, el fabricante debe garantizar que es el contenido que lleva cada lata.
2. En una ferretería se venden tornillos para soporte que tienen capacidad para resistir hasta pesos de 1,000 libras. La hipótesis en este caso es estar seguro que el cliente va a poder colocar en la pesa 1,000 libras sin que se tenga problemas.



En toda hipótesis, la intención es garantizar que el estándar que se ofrece sea en realidad lo que está sucediendo; sin embargo, dependiendo de las condiciones externas, en algunas ocasiones, estos valores pueden variar y es responsabilidad de la institución asegurarse que las variaciones sean lo mínimo que sea posible. Al formular una hipótesis, se elaboran dos enunciados:

- | | | | |
|--------------------------|---|-----------------------------------|-------|
| 1. Hipótesis nula | : | lo que se está garantizando | H_0 |
| 2. Hipótesis alternativa | : | Lo contrario de la hipótesis nula | H_a |

Ejemplo 1.2

Formular una hipótesis para los siguientes casos:

1. El departamento de mercadotecnia va a levantar una encuesta para probar que los clientes están satisfechos con el producto.
 H_0 : los clientes están satisfechos
 H_a : los clientes no están satisfechos
2. En una fábrica de jugos, el contenido de las latas es de 330 ml.
 $H_0: \mu = 330$
 $H_a: \mu \neq 330$
3. En un estudio que se hizo en una fábrica de ropa, resultó que en promedio, la rotación del personal es menor a los 3 años.
 $H_0: \mu \leq 3$
 $H_a: \mu > 3$

4. En una empresa de televisión por cable, el promedio semanal de llamadas con quejas por cortes injustificados es de más de 10.

$$H_0: \mu \geq 10$$

$$H_a: \mu < 10$$

Dependiendo del tipo de análisis que se realice, se hacen las combinaciones de signos. Las igualdades (=) solo pueden ser acompañadas por las desigualdades (\neq) y cualquiera de los dos signos pueden estar enunciados como hipótesis nula.

Concepto de prueba de hipótesis

En algunos textos se conoce como “Contraste de hipótesis” y consiste en probar si una afirmación propuesta es correcta o no.

“PRUEBA DE HIPÓTESIS: Procedimiento basado en evidencia de la muestra y la teoría de la probabilidad para determinar si la hipótesis es una afirmación razonable” (Lind | Marchal | Wathen, 2008, p.332).

Al realizar la prueba de una hipótesis, se tiene dos posibles soluciones:

- La aceptación de la hipótesis nula
- La no aceptación de la hipótesis nula

Ejemplo 1.3

1. En una fábrica de jugos, el contenido debe ser en promedio de 330 ml; esto significa que, una lata cuando se vende al público se ofrece de 330 ml y antes de salir para los estantes de los supermercados y abarroterías, el fabricante debe probar que ese es el contenido promedio de cada lata; a este proceso se le llama “prueba de hipótesis”.
2. En una empresa que se dedica a vender zapatos, se ha detectado que, en las últimas cinco semanas es usual que les devuelven 20 cajas de cada 1,000. Es responsabilidad de la empresa probar esa hipótesis para determinar qué correctivos se deberán emplear si ésta es rechazada o para indicar si ese número está dentro de lo razonable.

El probar una hipótesis llevar a los diferentes resultados:

- a.- La hipótesis se mantiene.
- b.- La hipótesis no es la misma y debe investigarse qué está pasando.
- c.- La hipótesis debe ser modificada.

Procedimiento de 5 pasos para probar una hipótesis

Es el método que se utiliza para probar una hipótesis y que se resume de la siguiente manera:

1. Establecer la hipótesis nula y la alternativa
2. Seleccionar el nivel de significancia
3. Identificar el estadístico de prueba
4. Formular la regla de decisión
5. Tomar decisión

La ejecución de estos pasos se hace de forma secuencial; es decir, no se puede estar en el paso 2 si no se ha completado el paso 1.

Paso 1. Establecer la hipótesis nula y la alternativa

En primer lugar se establece la hipótesis que se quiere probar, a la cual se le llama hipótesis nula, se utiliza el formato H_0 y se toma como base uno de los parámetros de la población (Media, Proporción, varianza). La idea es llegar a concluir que la hipótesis nula es lo se espera que sea.

“HIPÓTESIS NULA: Enunciado relativo al valor de un parámetro poblacional que se formula con el fin de probar evidencia numérica.” (Lind |Marchal |Wathen, 2008, p.333).

Algunos de los formatos más comunes para referirse a la hipótesis nula son:

- No existe diferencia significativa entre X y Y
- X no es significativamente diferente a Y

Si la hipótesis nula no es lo que se espera que sea, significará que la conclusión favorece a la hipótesis alternativa, la cual utiliza el formato H_a o H_1 .

Si el resultado de una hipótesis nula no es favorable, indica que se debe rechazar; si es favorable, indica que se acepta. Algunos de los resultados más comunes son:

- La hipótesis nula se acepta
- La hipótesis nula se rechaza
- La hipótesis nula no se rechaza
- La hipótesis nula no se acepta

Depende del lenguaje con que se siente más cómodo el investigador.

“HIPÓTESIS ALTERNATIVA: Enunciado que se acepta si los datos de la muestra ofrecen suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula.” (Lind |Marchal |Wathen, 2008, p.333).

El planteamiento de la hipótesis para un estudio se denota de la siguiente manera:

$$H_0: \text{Expresión a probar}$$


$$H_a: \text{Expresión contraria}$$

Primero se define la hipótesis nula y luego la alternativa. Desde el punto de vista estadístico, entre las notaciones de hipótesis se puede enunciar se muestran las siguientes:

| | |
|---|---|
| $H_0: \mu = \text{valor}$ $H_a: \mu \neq \text{valor}$ | $H_0: \mu > \text{valor}$ $H_a: \mu \leq \text{valor}$ |
| $H_0: \pi = \text{valor}$ $H_a: \pi \neq \text{valor}$ | $H_0: \sigma^2 < \text{valor}$ $H_a: \sigma^2 \geq \text{valor}$ |


Las combinaciones varían dependiendo del análisis que se esté realizando.

Ejemplo 1.4

1. En la fábrica de jugos, el contenido de las latas que se producen es de 330 ml.
 


Establecer la hipótesis.

 - La hipótesis es que todas las latas que se producen para vender tienen un peso promedio de 330 mililitros (11.2 onzas fluidas).
 - El parámetro poblacional es la media aritmética (μ)
 - Se puede representar la hipótesis como:
 - o **H_0 : La media de la población es igual a 330 ml**
 - o **H_a : La media de la población no es igual (es diferente) a 330 ml**
 - También se puede representar como:
 - o **$H_0: \mu = 330$**
 - o **$H_a: \mu \neq 330$**

2. En una ferretería se venden tornillos de soporte que tienen capacidad para resistir hasta pesos de 1,000 libras.
 

Establecer la hipótesis

 - La hipótesis es que todos los tornillos para soporte que se venden soportan un peso promedio de 1,000 libras.
 - El parámetro poblacional es la media aritmética (μ)
 - Se puede representar la hipótesis como:
 - o **H_0 : La media del soporte de los tornillos es igual a 1000 lbs**
 - o **H_a : La media del soporte de los tornillos es diferente a 1000 lbs**
 - También se puede representar como:
 - o **$H_0: \mu = 1000$**
 - o **$H_a: \mu \neq 1000$**

3. En una agencia de viajes, el 40% de los boletos para excursión terrestre que se venden son para Copán Ruinas.
 

Establecer la hipótesis

 - La hipótesis es que de cada 100 boletos vendidos, 40 son para Copán Ruinas.
 - El parámetro poblacional es la proporción de una muestra en base a 100 (π)
 - Se puede representar la hipótesis como:
 - o **H_0 : El 40% de los boletos que se venden son para Copán Ruinas**
 - o **H_a : El 40% de los boletos que se venden no son para Copán Ruinas**
 - También se puede representar como:
 - o **$H_0: \pi = 0.4$**
 - o **$H_a: \pi \neq 0.4$**

Paso 2. Seleccionar el nivel de significancia

El nivel de significancia en el complemento de la confianza en un intervalo denotado por porcentajes; se expresa con la letra griega Alpha (α).

El nivel de significancia también es conocido como el “nivel de riesgo”, un término bastante usado en la gestión de proyectos empresariales, ya sea orientado a la ingeniería, la empresa o la mercadotecnia.

Ejemplo 1.5

1. Si el nivel de confianza de un estudio es de 90%, el nivel de significancia es el 10%.
 $\alpha = 0.10$
2. Si el nivel de confianza de un estudio es de 95%, el nivel de riesgo es de 5%.
 $\alpha = 0.05$

Para elegir el nivel de significancia que aplica en cada caso, depende de lo que se quiere investigar; sin embargo, existen formas para seleccionarlo que son universalmente aceptados:

- Encuestas políticas 10%
- Comportamiento del consumidor 5%
- Control de calidad, manufactura, farmacología 1%

“NIVEL DE SIGNIFICANCIA: Probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera.”
(Lind |Marchal |Wathen, 2008, p.334).

La prueba de hipótesis no está exenta de errores, por lo que al realizar una prueba de hipótesis se tiene el riesgo de cometer cualquiera de los siguientes errores:

1. Rechazar la hipótesis nula cuando ésta es verdadera (Error de tipo I)
2. Aceptar la hipótesis nula cuando ésta es falsa (Error de tipo II)

ERROR DE TIPO I

Al realizar la prueba de hipótesis, concluye que la Hipótesis Nula (H_0) se rechaza; sin embargo, el resultado no es correcto, se debió haber aceptado.

ERROR DE TIPO II

Al realizar la prueba de hipótesis, concluye que la Hipótesis Nula (H_0) se acepta; sin embargo, el resultado no es correcto, se debió haber rechazado.

| Hipótesis nula | Investigador | |
|--------------------|----------------------|---------------------|
| | Acepta H_0 | Rechaza H_0 |
| H_0 es verdadera | Decisión correcta | Error tipo I |
| H_0 es falsa | Error tipo II | Decisión correcta |

Ejemplo 1.6

1. En una ferretería del Mall Multiplaza se compraron 100 cajas de baterías alcalinas (cada caja trae 50 unidades) y se evaluaron 2 cajas para verificar que venían completas. Da la casualidad que las dos cajas venían incompletas (hacían falta 5 unidades en cada caja) y el responsable de bodega pensó que todas demás venían iguales; por lo tanto devolvió todo el pedido.

Decisión del responsable de bodega: El producto se devuelve.
Se rechaza la hipótesis

Al hacer la revisión el proveedor, el personal descubrió que solamente esas dos cajas estaban incompletas y las 98 restantes estaban completas.

Se cometió un error de tipo I, ya que se debieron haber devuelto únicamente las dos cajas que estaban incompletas.

2. En un supermercado se detectó que los embutidos de la fábrica “El Cerdito” no habían estado moviéndose según lo esperado. Temiendo que el producto que se recibió pueda estar vencido se hizo una revisión al que se encontraba en la bodega. Después de revisar las etiquetas del estado D8, se concluyó que estaba bien el producto y por lo tanto se podía vender.

Análisis del jefe de compras:

El producto se queda
Se acepta la hipótesis

La revisión se hizo únicamente en el estante del último envío y no se revisó el resto que está a punto de vencerse y al momento en que se lleve a la venta, ya no podrá exhibirse.

Se cometió un error de tipo II, ya que se debió revisar todo el producto y tener argumentos suficientes para devolverlo a la fábrica.

También para estos casos existen técnicas que minimizan la posibilidad de que se cometa uno de los dos errores.

Paso 3. Identificar el estadístico de prueba

El estadístico de prueba depende del tipo de parámetro que se esté analizando. Los parámetros a utilizar son:

- Varianza
- Media aritmética
- Proporción
- Correlación

“ESTADÍSTICO DE PRUEBA: valor determinado a partir de la información de la muestra, para determinar si se rechaza la hipótesis nula.” (Lind |Marchal |Wathen, 2008, p.335).

Entre los estadísticos de pruebas a considerar están:

- Distribución z
- Distribución F
- Distribución t
- Distribución χ^2
- Distribución Binomial

Paso 4. Formular la Regla de decisión

La regla de decisión está formada por las condiciones que se deben cumplir para que la hipótesis nula se rechace y está determinada en principio por la hipótesis nula en combinación con el nivel de significancia.

El estilo más utilizado para formular la regla de decisión es gráfico y para ello se utilizan las formas gráficas de las distribuciones asociadas a Z, t, F o χ^2 .

Si se utiliza la curva normal, en el 100% de la gráfica se establece el valor correspondiente al intervalo de confianza y al nivel de significancia, respectivamente.

El área correspondiente al intervalo de confianza se conoce como el área de aceptación y al nivel de significancia como el área de rechazo; además, a la frontera entre ambas áreas, se le llama “valor crítico”.



Si la hipótesis está determinada por el signo igual (=), entonces la prueba es de 2 colas, mientras que, el signo de desigualdad determina una prueba de una cola.

Ejemplo 1.7

| Hipótesis | Nivel de significancia | Base | Análisis |
|---|--------------------------------|------|---|
| $H_0: \mu = 100$ $H_a: \mu \neq 100$ | $\alpha = 0.10$ 2 colas | | El nivel de significancia es 5% por cada lado. Buscar el valor crítico en la tabla correspondiente. |
| $H_0: \mu < 100$ $H_a: \mu \geq 100$ | $\alpha = 0.10$ 1 cola | | El nivel de significancia es de 10% a un solo lado. Buscar el valor crítico en la tabla correspondiente. |
| $H_0: \mu > 100$ $H_a: \mu \leq 100$ | $\alpha = 0.10$ 1 cola | | El nivel de significancia es de 10% a un solo lado. Buscar el valor crítico en la tabla correspondiente. |

En el caso de 2 colas, se tendrán 2 valores críticos, uno con signo positivo (+) y el otro con signo negativo (-).

Paso 5. Toma de decisión

Con los datos de la muestra obtenidos, se hace el cálculo de acuerdo a la fórmula correspondiente y se compara con el valor crítico que se definió en el paso 4.

Si en la gráfica se ubica el valor obtenido, se determinará si éste se encuentra en el área de aceptación o en el área de rechazo.

Si está en el área de aceptación, la hipótesis nula se acepta (la hipótesis nula no se rechaza)
Si está en el área de rechazo, la hipótesis nula se rechaza y se aceptará la hipótesis alternativa (la hipótesis nula no se acepta).

Ejemplo 1.8

- 1) En una prueba de hipótesis, el valor crítico es 1.87 y el cálculo del estadístico es 1.67.
¿Cuál es el resultado de la prueba de hipótesis?

Conclusión: La hipótesis nula se acepta.

- 2) En una prueba de hipótesis, el valor crítico es 3.20 y el cálculo del estadístico es 35.
¿Cuál es el resultado de la prueba de hipótesis?

Conclusión: La hipótesis nula se rechaza.

Valor p de la prueba de hipótesis

Si la hipótesis nula es rechazada, cómo asegurarse que el rechazo es correcto y no cometer un error de tipo I. La opción del valor p es aplicable a las distribuciones que están normalmente distribuidas y los resultados son con respecto a las medias.

Se calcula la probabilidad que se obtendría con el valor de la prueba, al cual se le llama p y se compara con el nivel de significancia, si este valor p es menor que el nivel de significancia, se puede concluir que H_0 se rechaza con toda seguridad.

Si es mayor que el nivel de significancia, no hay elementos suficientes para rechazar la hipótesis nula.

“**VALOR p :** Probabilidad de observar un valor muestral tan extremo o más que el valor observado, si la hipótesis nula es verdadera.” (Lind | Marchal | Wathen, 2008, p.343).

La determinación del valor p no solo da como resultado una decisión respecto de H_0 , sino que brinda la oportunidad de observar la fuerza de la decisión. Un valor p muy pequeño, como 0.0001, indica que existe poca probabilidad de que H_0 sea verdadera. Por otra parte, un valor p de 0.2033 significa que H_0 no se rechaza y que existe poca probabilidad de que sea falsa.

Interpretación de la importancia de la evidencia en contra de H_0 .

Si el valor de p es menor que:

- a) 0.10, hay cierta evidencia de que H_0 no es verdadera
- b) 0.05, hay evidencia fuerte de que H_0 no es verdadera

- c) 0.01, hay evidencia muy fuerte de que H_0 no es verdadera
- d) 0.001, hay evidencia extremadamente fuerte de que H_0 no es verdadera.

Ejemplo 1.9

- 1) En una prueba de hipótesis, el nivel de significancia es 0.10 y el valor de p es igual a 0.00018. ¿Qué se puede concluir?
Conclusión: La hipótesis nula se rechaza.
- 2) En una prueba de hipótesis, el nivel de significancia es 0.05 y el valor p es igual a 0.0003.
Conclusión: La hipótesis nula se rechaza.

Ejercicio

1. Se va a realizar un estudio sobre la cantidad de infracciones que los agentes de tránsito levantan por semana en un cruce de calle considerado de alto riesgo. En estudios anteriores se detectó que son 45 en promedio las infracciones que se han levantado; a través de los datos de la muestra, probar si sigue siendo el mismo promedio. Establecer la hipótesis nula y alternativa de la media aritmética.
2. En la fábrica de zapatos Shoe Plus se está ensayando una modificación para un estilo de zapatos infantil, que en el pasado se ha diseñado para niños que son menores a 8 años y las ventas han sido estupendas. Se va a lanzar un piloto para evaluar si la modificación del estilo de zapato sería bien recibida por la clientela. Establecer la hipótesis nula y la alternativa en base a la media.
3. Arbitron Media Research, Inc., realiza un estudio sobre los hábitos de escuchar iPod de hombres y mujeres. Una parte del estudio incluyó el tiempo de escucha medio. Se descubrió que el tiempo de escucha medio de los hombres era de 35 minutos por día. La desviación estándar de la muestra de los 10 hombres estudiados fue de 10 minutos por día. El tiempo de escucha medio de las 12 mujeres estudiadas también fue de 35 minutos, pero la desviación estándar muestral fue de 12 minutos. Establecer la hipótesis nula y la alternativa en base a la varianza haciendo que ambas sean iguales.
4. Heinz, un fabricante de cátsup, utiliza una máquina para vaciar 16 onzas de su salsa en botellas. A partir de su experiencia de varios años con la máquina despachadora, la empresa sabe que la cantidad del producto en cada botella tiene una distribución normal con una media de 16 onzas y una desviación estándar de 0.15 onzas. Una muestra de 50 botellas llenadas durante la hora pasada reveló que la cantidad media por botella era de 16.017 onzas. ¿sugiere la evidencia que la cantidad media despachada es diferente de 16 onzas. Utilizar un nivel de significancia de 0.05
 - a. Establecer la hipótesis nula y la hipótesis alternativa
 - b. Seleccionar el nivel de significancia
 - c. Omitir el estadístico de prueba
 - d. Formular la regla de decisión
 - e. Omitir la toma de decisión
5. Una fábrica de escritorios y otros muebles para oficina tiene diferentes plantas en el oeste del estado de Nueva York. La producción semanal del escritorio modelo A325 en la planta de Fredonia

tiene una distribución normal, con una media de 200 y una desviación estándar de 16. Hace poco, con motivo de la expansión del mercado, se introdujeron nuevos métodos de producción y se contrató a más empleados. El vicepresidente de fabricación pretende investigar si hubo algún *cambio* en la producción semanal del escritorio modelo A325. En otras palabras, ¿la cantidad media de escritorios producidos en la planta de Medellín es *diferente de* 200 escritorios semanales con un nivel de significancia de 0.01?

- a. Establecer la hipótesis nula y la hipótesis alternativa
 - b. Seleccionar el nivel de significancia
 - c. Omitir el estadístico de prueba
 - d. Formular la regla de decisión
 - e. Omitir la toma de decisión
6. En una distribuidora de celulares se desea determinar la satisfacción de los clientes con relación a la marca Samsung, se estima que la satisfacción en los últimos dos años ha sido del 80%. Se tomó una muestra de 120 clientes para confirmar si esa hipótesis se sigue manteniendo, con una confiabilidad del 90%.
- a. Establecer la hipótesis nula y la hipótesis alternativa
 - b. Seleccionar el nivel de significancia
 - c. Omitir el estadístico de prueba
 - d. Formular la regla de decisión
 - e. Omitir la toma de decisión

BIBLIOGRAFÍA

- Lind, D.A., Marchal, W.G., Wathen, S.A. (15). (2008). *Estadística Aplicada a los Negocios y la Economía*. México: McGraw-Hill
- David M. Levine, Timothy C. Krehbiel, Mark L. Berenson. 2006. *Estadística para Administración*. (4° edición). Naucalpan de Juárez, México.: Pearson Prentice Hall